

гарифмически выпуклое подсемейство $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}$, что

$$\delta^2(\mathcal{F}, \mathcal{P}) = \sup_{R \in \mathcal{P}} \min_{P \in \mathcal{F}} 2I(P:R) \leq 4B.$$

Доказательство. По (12.49) найдется такое ${}^0\nabla$ -геодезическое семейство $\mathcal{G}(n)$ с $\delta^2(\mathcal{G} \cap \mathcal{P}, \mathcal{P}) < 2B$. Пусть размерность выпуклого подсемейства $\mathcal{G} \cap \mathcal{P}$ равна m . Рассмотрим всю его ${}^0\nabla$ -геодезическую оболочку \mathcal{H} . Выберем какое-либо $P_0 \in \text{Int } \mathcal{H}$ за начало координат для стандартной канонической параметризации семейства \mathcal{H} с P_0 -ортонормированными по (12.44) направляющими статистиками. При этом $\mathcal{H} = \{P_s, s \in H\}$, где $0 \in \text{Int } H$. Семейство $\mathcal{G} \cap \mathcal{P}$ может не оказаться компактным, если $\partial \mathcal{H} \cap \mathcal{G} \cap \mathcal{P}$ не пусто. Поэтому рассмотрим подсемейство $\mathcal{F} = \{P_s, s \in \alpha[H]\}$, где $0 < \alpha < \alpha' < 1$. Так как $\delta_0^2(\mathcal{P}) < \infty$, то его радиус в P_0 -местной гильбертовой метрике не превосходит $C\delta_0(\mathcal{P})$; стало быть, диаметр $\mathcal{G} \cap \mathcal{P}$ не превосходит $l = 2C\delta_0(\mathcal{P})$, и эта же константа ограничивает диаметр H в 0-местной евклидовой метрике. Выберем константу α так, чтобы $2(1-\alpha)C^3 \cdot 3l^2 \leq B$. Так как $0 \in \text{Int } H$, то $[\alpha H] \subset \alpha' H \subset \text{Int } H$. Проверим, что \mathcal{F} — удовлетворяет требованиям леммы. Ясно, что \mathcal{F} — компактно и логарифмически выпукло. Далее, для любого $R \in \mathcal{P}$ в силу $\delta^2(\mathcal{G} \cap \mathcal{P}, \mathcal{P}) < 2B$ можно указать $P = P_s \in \mathcal{H}$ так, что $2I(P_s:R) < 2B$. По формуле (12.43) для $Q = P_{\alpha s}$ по выбору α

$$|I(Q:R) - I(P:R)| \leq C(1-\alpha)Cl[2Cl + C(1-\alpha)l] \leq B/2.$$

Следовательно, $2I(P_{\alpha s}:R) \leq 4B$, что доказывает лемму.

Определение 12.5. Пусть $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$ — статистическая модель эксперимента, где $\mathcal{P} \subset \text{Caph}(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{Z})$, и пусть гладкое семейство $\mathcal{F} \subset \text{Caph}(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{Z})$ также. Решением по методу \mathcal{F} -максимального правдоподобия (или \mathcal{F} -аппроксимативной оценкой максимального правдоподобия) неизвестного распределения $R \in \mathcal{P}$ наблюдений по независимой выборке $(\omega^1, \dots, \omega^N)$ назовем распределение Q , максимизирующее на \mathcal{F} (а не на \mathcal{P}) функцию \mathcal{F} -правдоподобия.

Теорема 12.13. Пусть $\mathcal{P} = \{P\}$ — ограниченное логарифмически выпуклое квазиоднородное семейство распределений вероятностей и пусть квадраты $\delta_n^2(\mathcal{P})$ его n -мерных информационных поперечников убывает не медленнее, чем $g(n)$, т. е. при некоторых $A, B > 0$

$$\delta_n^2(\mathcal{P}) \leq B \cdot g(An),$$

начиная с некоторого n , причем характеристика скорости убывания $g(y)$ удовлетворяет требованиям (12.17).

Тогда существует последовательность решающих правил $\Lambda(N)$ по методу \mathcal{F}_N -максимального правдоподобия с компактными выпуклыми экспоненциальными подсемействами \mathcal{F}_N , приводящими в схеме N независимых наблюдений при функ-