

Чтобы построить такую сеть, достаточно фиксировать какую-либо θ -местную евклидову метрику на \mathbf{R}^n , $\|t - \theta\|^2 = (t^j - \theta^j)(t^k - \theta^k)w_{jk}(\theta)$ и построить на F сеть с размером $[\lambda(\mathcal{F})]^{-1}b$ относительно этой нормы. Поэтому, для наименее мощной b -сети $\text{Card } \Xi_b \sim b^{-n}$. Предположим, что сеть Ξ_b построена. Если приписать каждому узлу $x(i)$ местный компактный шар

$$T(i) = \{t : \|t - x(i)\|_{x(i)} \leq 2\lambda(\mathcal{F})b\}, \quad (11.51)$$

то их объединение образует компактное покрытие F , каждое $t \in F$ будет принадлежать хотя бы одному $T(i)$. Свяжем с каждым конечным подмножеством сети, $\{x(i_1), \dots, x(i_k)\} \subseteq \Xi$ его компактную окрестность

$$K(i_1, \dots, i_k) = T(i_1) \cup \dots \cup T(i_k). \quad (11.52)$$

Определение 11.4. Решающее правило для оценки параметра t распределения P_t из 3-гладкого простого компактного подсемейства $\mathcal{F} = \{P_t, t \in F \subset \Theta \subseteq \mathbf{R}^n\}$, согласно которому по независимой выборке $(\omega^1, \dots, \omega^N) = \varepsilon$ сперва отыскивается максимум функции правдоподобия на фиксированной конечной сети $\Xi \subseteq F$ и все точки $x(i_1), \dots, x(i_v)$ этого максимума, а затем оценкой $\tau(\omega^1, \dots, \omega^N)$ значения t объявляется точка абсолютного максимума функции правдоподобия на их компактной окрестности $K(i_1, \dots, i_v)$, назовем *локализованным правилом максимального правдоподобия*, для семейства \mathcal{F} , отвечающим сети Ξ .

Теорема 11.13. Пусть $\mathcal{F} = \{P_t, t \in F \subset \Theta \subseteq \mathbf{R}^n\}$ — простое 3-гладкое компактное подсемейство размерности n с ограниченным информационным диаметром $I(\mathcal{F})$ (см. (11.29)) и $\Xi_b(\mathcal{F})$ — фиксированная b -сеть на параметрическом множестве F с «шагом» $b = b(\mathcal{F})$, заданным (11.49). Тогда, при $N \geq N_2(\mathcal{F})$ и при каждом распределении $P_{\theta} \in \mathcal{F}^N$ последовательности исходов $(\omega^1, \dots, \omega^N) = \varepsilon$ независимых наблюдений, для локализованной оценки максимального правдоподобия, отвечающей сети Ξ_b ,

$$E_{\theta}^{(N)} 2I(P_{\theta}; P_{\tau(\varepsilon)}) \leq N^{-1} \dim F + \gamma(\mathcal{F}) N^{-3/2}, \quad (11.53)$$

где $\gamma(\mathcal{F})$ — некоторая константа, определяемая при минимальной по мощности сети Ξ_b локальными характеристиками гладкости семейства и некоторыми его нелокальными геометрическими характеристиками, такими как $\lambda(\mathcal{F})$, $\rho_1(\mathcal{F})$, $\sigma(a(\mathcal{F}))$.

Следствие. В условиях теоремы локализованная оценка максимального правдоподобия является асимптотически оптимальной.

Доказательство. Обозначим $\mathcal{J}((\theta) = \{1 : \|x(1) - \theta\|_{\theta} \geq a(\mathcal{F})\}$ и введем событие

$$\mathcal{Z}(N) = \bigcap_{J(\theta)} \{\varepsilon : g^{(N)}(\varepsilon; x(1)) - g^{(N)}(\varepsilon; \theta) \leq -a^2/6\}. \quad (11.54)$$