

же несмещенных оценок,  $E_{\theta}\tau(\omega) = \theta \Rightarrow (dt/d\theta) = \text{const.}$  Лишь в схеме  $N$  независимых испытаний при  $N \rightarrow \infty$  у них появляются асимптотически несмещенные оценки. Изложенные обстоятельства наводят на две мысли. Первая состоит в том, что хотя все гладкие параметризации равноправны, некоторые из них более равноправны, чем остальные. Мысль вторая — хорошо было бы характеризовать для статистической модели  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$  «трудность» решения обратной задачи в бескоординатной форме, в терминах не привязанных к конкретной параметризации, скажем, через скалярную информацию Кульбака, а не тензор Фишера.

Отталкиваясь от последней идеи, рассмотрим дальнейшие свойства семейств (9.36). Всюду внутри интервала  $0 < t < 1$  информация по Фишеру  $I(\theta) |d\theta|^2$  совпадает с удвоенной информацией по Кульбаку  $2I(P_{\theta+d\theta} : P_{\theta}) = I(\theta) |d\theta|^2$ , и функция  $I(\theta)$  неотрицательна и аналитична. Иная картина на концах отрезка.

Ввиду симметрии рассмотрим только значение  $t=0$ ,  $p_1=0$  и обозначим  $\theta_0$  соответствующее значение  $\gamma$ -геодезического параметра  $\theta$  (не фиксируя тут начало отсчета). При  $\gamma=1$  геодезическая обрывается здесь грубо,  $p_1'(\theta_t)=1$ , см. замечание 2 к теореме 9.2; при  $0 < \gamma < 1$  — мягко, с  $p_1'(\theta_0)=0$ , ср. (9.6). Наконец, при  $\gamma=0$  геодезическая «достигает» своего предела лишь при  $\theta_0 = -\infty$ . Составим таблицу

$\gamma$	$p'_1(\theta_0)$	$I(\theta_0)$	$I(\theta_0+0)$	$I(\theta_0+0 : \theta_0)$	$I(\theta_0 : \theta_0+0)$
1	1	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
$0 < \gamma < 1$	0	0	$\infty$	0	$\infty$
0	0	0	$\infty$	0	$\infty$

Из нее видно, что теория, не содержащая «бесконечностей», может получиться только если ограничиться лишь «далекими от вырождения» непрерывно дифференцируемыми подсемействами взаимно абсолютно непрерывных вероятностных мер.

## § 10. Параметрическая задача статистического оценивания. Интегральное неравенство информации

Приведенные в § 9 результаты относятся скорее к анализу, чем к дифференциальной геометрии, которая начинается с многообразий класса  $C^{(1)}$ , когда гладкость поверхности определяется внутренним образом, а не гладкостью вектор-графика