

в то время как риск тривиальной оценки пропорционален 1, т. е. почти в два раза меньше! Более детальный анализ позволяет указать радиус $r(\sigma) < 1$, на который следует «проектировать» наблюдаемую точку (ξ, η) для построения наивыгоднейшей оценки, оптимальной в смысле среднего риска $\mathfrak{M} \mathfrak{R}(\varphi) = (2\pi)^{-1} \int \mathfrak{R}(\varphi) d\varphi$. Разумеется, указанное явление связано с кривизной семейства \mathcal{F} . В $C^{(1)}$ -теории кривизна в явном виде не фигурирует, она «учитывается» поведением модуля непрерывности первых производных.

Схема наших дальнейших построений будет в основном повторять схему, использованную при выводе теорем 10.5—10.8. Сначала мы рассмотрим средние риски по достаточно малым местным кубам. Однако если в доказательстве теоремы 10.5 мы лишь улучшали оценку τ , «проектируя» ее в местной квадратичной метрике на куб $C_r(z, \theta)$, то теперь строить «квазипроекции» будет гораздо сложнее, и при их использовании риск может несколько уменьшаться.

Фиксируем пока точку $\theta \in \Theta$ и предположим, что размер h настолько мал, что местный шар

$$1^\circ. \quad S_{3n\sqrt{n}h}(\theta) \subset \Theta. \quad (10.30)$$

2°. В местном шаре $S_{2n\sqrt{n}h}(\theta)$ в θ -местной системе координат выполнены для всех $x, y, z \in S_{2n\sqrt{n}h}(\theta)$, вытекающие из (10.4) неравенства

$$\forall j, k, \quad |E_z q_j(\omega; x) q_k(\omega; y) - \delta_{jk}| \leq \eta; \quad (10.31)$$

$$\forall j, \quad |E_z q_j(\omega; x)| \leq \eta. \quad (10.32)$$

В этой окрестности автоматически выполняются вытекающие отсюда неравенства (10.9—11) и (10.13).

3°. Местный куб $C_r(z, \theta) \subset S_{\sqrt{n}h}(\theta)$.

Для всех таких малых кубов, как мы сейчас увидим, существует логарифмически ($0^\circ \nabla$ -геодезически) выпуклая оболочка $\mathfrak{S}(\mathcal{E})$, отвечающих ему распределений вероятностей, на которую можно измеримым образом «спроектировать» любое $P^* \in \text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$, находящееся от $\mathfrak{S}(\mathcal{E})$ на I -конечном расстоянии. А затем опять-таки для подобных кубических семейств $\mathcal{E} = \{P_t, t \in C\}$ можно осуществить измеримую квазипроекцию из $\mathfrak{S}(\mathcal{E})$ на \mathcal{E} .

Для упрощения выкладок мы добавим требование, чтобы исходное семейство $\{P_t, t \in \Theta\}$ задавалось семейством непрерывно дифференцируемых по t плотностей $p(\omega; t)$ по какой-либо доминирующей мере, так что $(\partial/\partial t^i) \ln p(\omega; t) = q_i(\omega; t)$. При этом мы, естественно, будем предполагать существование и непрерывность всех интегралов, входящих в определение 10.1 $\mathcal{L}^{(2)}$ -непрерывной дифференцируемости, и давать все оценки