

ность  $\text{Car}_n$ , в положительный ортант  $\Sigma_n^{(1/2)}$  сферы (0.7) радиуса 2, несущий инвариантную риманову метрику Фишера. В отличие от общего случая у многообразия с краем  $[\Sigma^{(1/2)}]$  есть *универсальная накрывающая* — сама сфера (0.7), склеенная из ортантов, являющихся зеркальными копиями  $\Sigma_n^{(1/2)}$ . На этой сфере  $S_n$  действует отображение

$$\forall i, \quad z_i \rightarrow p_i = z_i^2/4, \quad (9.3)$$

аналитически продолжающее отображение (0.41)  $\Sigma_n^{(1/2)} \rightarrow \text{Car}_n$  и накрывающее  $2^n$  раз открытое многообразие  $\text{Int Car}_n$ .

**Определение 9.1.** 1°. Однопараметрическое семейство  $\{P_t, \theta' < t < \theta''\} = \mathcal{P} \subset \text{Car}_n$  назовем  $L_r$ -дифференцируемым (где  $r \geq 1$ ) при  $t = \theta$ , если его изображение на многообразии  $[\Sigma_n^{(1/r)}]$  с краем вектор-графиком

$$(l_1(t), \dots, l_n(t)), \quad \theta' < t < \theta''; \quad \forall i, \quad l_i(\theta) = r[p_i(\theta)]^{1/r} \quad (9.4)$$

дифференцируемо по  $t$  при  $t = \theta$ .

2°. Мы также будем говорить, что семейство  $\mathcal{P}$  является  $S_2$ -дифференцируемым при  $t = \theta$ , если оно может быть задано через отображение (9.3) некоторого вектор-графика

$$z(t) = (z_1(t), \dots, z_n(t)); \quad z_1^2 + \dots + z_n^2 = 4 \quad (9.5)$$

на накрывающей сфере  $S_n$ , и этот график дифференцируем при  $t = \theta$ .

**Л е м м а 9.1.** 1°. В открытом многообразии  $\text{Int Car}_n$  при  $r \geq 1$  все  $L_r$ -дифференцируемости, а также  $S_2$ -дифференцируемость эквивалентны между собой.

2°. При  $P_\theta \in \partial \text{Car}_n$   $L_r$ -дифференцируемость при  $t = \theta$  влечет  $L_u$ -дифференцируемость в этой точке при всех  $u \leq r$ , но не обратно.

3°.  $S_2$ -дифференцируемость следует из  $L_r$  при  $r \geq 2$  и влечет  $L_u$  при  $u < 2$ .

4°. Если семейство  $\{P_t\}$  дифференцируемо  $L_r$  с  $r > 1$ , хотя бы односторонне, то

$$\forall i: \quad P_\theta(A_i) = p_i(\theta) = 0 \Rightarrow p'_i(\theta) = 0. \quad (9.6)$$

5°. Если семейство  $\{P_t, \theta' \leq t \leq \theta''\}$  имеет при  $t = \theta$  двустороннюю  $L_1$ -производную, то условие (9.6) в этой точке также выполняется. Однако если  $\theta = \theta'$  или  $\theta = \theta''$  и при  $t = \theta$  существует односторонняя  $L_1$ -производная, то условие (9.6) для нее может не выполняться.

Поскольку в определении  $L_r$ -дифференцируемости при  $t = \theta$  участвует только карта  $\Sigma_n^{(1/r)}$ , вектор-графики  $p(t)$  во внутренней точке  $\theta' < \theta < \theta''$  не могут выходить трансверсально на ее границу  $\partial \Sigma_n^{(1/r)}$ , а обязаны лишь касаться последней. Для  $L_1$  это дает (9.6). Однако многие интересные семейства, например,