

измеримое пространство  $(\Delta, \mathcal{D})$  выводов  $\delta \in \Delta$ , к одному из которых должен прийти статистик, обработав результат наблюдения. Процесс решения состоит в построении некоторого *решающего правила*  $\Pi$  — переходного распределения вероятностей  $\Pi(\omega; \cdot)$  из  $\Omega$  в  $\mathcal{D}$ . Ядро  $\Pi(\omega; D)$  —  $\mathcal{A}$ -измеримая функция от  $\omega$  при фиксированном  $D \in \mathcal{D}$ , и распределение вероятностей на  $\mathcal{D}$  при фиксированном  $\omega \in \Omega$ . Если при каждом  $\omega$  мера  $\Pi(\omega; \cdot)$  вся сосредоточена на единственном атоме  $\{\delta\}$ ,  $\delta = f(\omega)$ , правило является *детерминированным*. Затем статистик, если он выбрал детерминированное правило, подставляет наблюдаемое значение  $\omega^*$  в функцию  $f(\cdot)$  и приходит к выводу  $\delta^* = f(\omega^*)$ . Если же было взято рандомизированное правило, то  $\delta^*$  разыгрывается в дополнительном случайном эксперименте с распределением вероятностей  $\Pi(\omega^*; \cdot)$  (процедура, использовавшаяся в проверке гипотез еще [171]). В итоге получается, что когда распределение вероятностей исходов  $\omega$  наблюдения есть  $P(d\omega)$ , то *распределение  $Q$  вероятностей выводов  $\delta$*  будет описываться формулой

$$Q(\cdot) = (P\Pi)(\cdot) = \int_{\Omega} \Pi(\omega; \cdot) P(d\omega). \quad (2.1)$$

Таким образом, если статистику априори известно, что распределение исходов наблюдаемого явления принадлежит семейству  $\mathcal{P} = \{P_\theta, \theta \in \Theta\}$ , то распределение его выводов при решающем правиле  $\Pi$  — семейству  $\mathcal{P}\Pi = \{Q_\theta = P_\theta\Pi, \theta \in \Theta\}$ . Это знание может быть использовано для суждения о качестве решающего правила  $\Pi$  на семействе  $\mathcal{P}$ .

В подходе Вальда принимается, что когда исходы наблюдаемого явления распределены по закону  $P_\theta$ , вывод  $\delta$  приводит к потерям  $L(\delta; \theta) = L(\delta; P_\theta)$ . Вид *функции потерь*  $L(\delta; \theta)$  статистику известен, и его цель — минимизировать убытки (идея подхода восходит к Лапласу, см. [161]). Удобной априорной характеристикой решающего правила в этом аспекте является Вальдовский *риск* — математическое ожидание потерь

$$\mathfrak{R}(\theta) = \int_{\Delta} L(\delta, \theta) Q_\theta(d\delta) = \int_{\Delta} \int_{\Omega} L(\delta; \theta) P_\theta(d\omega) \Pi(\omega; d\delta). \quad (2.2)$$

Проблема состоит в том, чтобы указать *оптимальное решающее правило*, которое минимизировало бы риск. Такая постановка нуждается в дальнейшем уточнении, поскольку надо сравнивать функции риска, отвечающие различным правилам. А эти функции могут быть несравнимы, при одном значении  $\theta$  менее рискованно одно правило, при другом значении — другое. Нам желательно минимизировать риск при одном — единственном «истинном» значении, но как раз его мы не знаем. Поэтому, приходится стараться минимизировать риск «вообще». Для определенности можно условиться минимизировать значение какого-либо функционала от функции риска, например, среднее ее