

объекта  $(\Omega, \mathcal{A})$  в себя образуют полугруппу аффинных преобразований совокупности  $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$ . Она содержит группу, отвечающую взаимно однозначным и взаимно измеримым отображениям  $\Omega$  на себя.

Естественно два семейства распределений вероятностей  $\{P_\theta, \theta \in \Theta\}$  и  $\{Q_\theta, \theta \in \Theta\}$  на  $(\Omega, \mathcal{A})$  с одним и тем же параметрическим множеством считать эквивалентными, если существует взаимно однозначное и взаимно измеримое отображение  $\Omega$  на себя (например, перенумерация атомов в мультиномиальной схеме), при которой первое из семейств переходит во второе, а при обратном — второе в первое. Очевидно, что любая статистическая задача для первого семейства может быть переинтерпретирована в терминах второго, и обратно. Однако как заметил Блекуэлл [84], [85], естественное отношение эквивалентности является несколько более широким (что в теории проверки гипотез использовали еще Нейман и Пирсон [171]).

**Определение 2.1.** Семейство  $\{P_\theta^{(1)}, \theta \in \Theta\}$  на  $(\Omega^{(1)}, \mathcal{A}^{(1)})$  *информационно не беднее* семейства  $\{P_\theta^{(2)}, \theta \in \Theta\}$  на  $(\Omega^{(2)}, \mathcal{A}^{(2)})$ , параметризованного тем же множеством  $\Theta$  параметров, если для любого пространства выводов  $(\Delta, \mathcal{D})$  и для любого правила  $P^{(2)}(\omega^{(1)}; d\delta)$  для второго семейства существует правило  $P^{(1)}(\omega^{(1)}; d\delta)$  для первого, приводящее к тому же семейству распределений выводов  $P_\theta^{(2)} P^{(2)} = Q_\theta$ :

$$\forall \theta \in \Theta, P_\theta^{(1)} P^{(1)} = Q_\theta = P_\theta^{(2)} P^{(2)}.$$

Два таких семейства, каждое из которых информационно не беднее другого, эквивалентны в теории статистического вывода, или, коротко, *статистически эквивалентны*.

Очевидно, что при использовании одной и той же функции потерь  $L(\delta; \theta)$  правила  $P^{(1)}$  и  $P^{(2)}$  приводят к одной и той же проблеме для статистики, только для первого семейства выбор правил оказывается не беднее, чем у второго. Можно говорить об упорядоченности и эквивалентности не только параметризованных семейств, но и соответствующих статистических экспериментов, включая в понятие эксперимента другую априорную информацию, например, байесовское распределение вероятностей на множестве параметров и т. п. Соответствующие обобщения определения 2.1 очевидны. Заметим, что так сравнивая эксперименты, мы пренебрегаем стоимостью реализации правил обработки. Например, одно правило может быть детерминированным, а другое — рандомизированным, т. е. требующим проведения дополнительного эксперимента. Для геометрического подхода такое пренебрежение разумно, чтобы не вводить более дробной классификации.

**Теорема 2.1.** Семейство  $\{P_\theta^{(1)}, \theta \in \Theta\}$  информационно не беднее  $\{P_\theta^{(2)}, \theta \in \Theta\}$ , соответственно эквивалентно ему тогда и