

Согласно лемме 11.7, существует такое  $\sigma(a)$ , что

$$P_{\theta}^N \{ \Omega^N - \mathcal{Z}(N) \} \leq \sigma(a) N^{-2} \text{Card } \Xi_b, \quad (11.55)$$

так что вероятность невыполнения  $\mathcal{Z}(N)$  асимптотически мала. Предположим, что выполнены и событие  $V(N)$ , и событие  $Z(N)$ , и рассмотрим возникшую ситуацию.

Разобьем  $\Xi_b$  на три подмножества

$$\Xi(1, \theta) = \{x(i): \|x(i) - \theta\|_0 \leq b\} \subset S^{(2)}(\theta),$$

$$\Xi(2, \theta) = \{x(i): b \leq \|x(i) - \theta\|_0 \leq a\} \subset \{S^{(1)}(\theta) - S^{(2)}(\theta)\},$$

$$\Xi(3, \theta) = \{x(i): a \leq \|x(i) - \theta\|_0\} \subset \{R^n - S^{(1)}(\theta)\}.$$

По определению  $b$ -сети, для  $\theta \in F$  существует  $x(v) \in S^{(2)}(\theta)$ , т. е. множество  $\Xi(1, \theta)$  не пусто. По лемме 11.11 при  $N \geq N_2(\mathcal{F}, b(\mathcal{F}))$  в шаре  $S^{(2)}(\theta)$   $g^{(N)}(\varepsilon; x(v, \theta) = g^{(N)}(\varepsilon; x(v)) - g^{(N)}(\varepsilon; \theta) \geq -b^2$ . Следовательно, максимум приведенной логарифмической функции правдоподобия на сети  $\Xi_b$  не менее  $-b^2$ . Поэтому, он не может достигаться на  $\Xi(3, \theta)$ , поскольку по (11.54) вне сферы  $S^{(1)}(\theta)$  все значения

$$g^{(N)}(\varepsilon; t; \theta) \leq -a^2/6 = -3b^2/2 < -b^2.$$

Значит, он достигается в точках  $x(i_1), \dots, x(i_k)$  из  $\Xi(1, \theta) \cup \Xi(2, \theta)$ , и мы будем далее искать максимум на компакте  $K(i_1, \dots, i_k)$ . Проверим, что он целиком лежит внутри шара  $S^{(1)}(\theta)$ . Пусть  $t \in T(i_v)$ , тогда

$$\|t - \theta\|_0 \leq \|t - x(i_v)\|_0 + \|x(i_v) - \theta\|_0 \leq a + 4b\lambda^2(\mathcal{F}) = \min\{\rho_1, \rho_2\}.$$

Таким образом, речь идет о поиске максимума строго вогнутой функции, правда, может быть, на невыпуклом множестве. Далее, каждый местный шар  $T(i_v)$  содержит шар  $S^{(2)}(\theta)$ . В самом деле, если  $t \in S^{(2)}(\theta)$ , то

$$\|t - x(i)\|_{x(i)} \leq \lambda \|t - \theta\|_0 + \lambda \|x(i) - \theta\| \leq \lambda a + \lambda b = 4b\lambda(\mathcal{F}).$$

По следствию из леммы 11.11, при выполнении условия  $V(N)$  см. (11.36) при  $N \geq N_2(\mathcal{F})$  максимум на  $S_p(\theta)$  функции  $g^{(N)}(\varepsilon; t; \theta)$  лежит в шаре  $S^{(2)}(\theta)$ . Поэтому, он будет найден при поиске в любом из шаров  $T(i_v)$ . Наша процедура приведет к корню системы уравнений максимального правдоподобия, описанному теоремой 11.12. Из (11.55) и (1.44) вытекает, что

$$\begin{aligned} P_{\theta}^N(V(N) \cap Z(N)) E_0^{(N)}[2I(P_{\theta}: P_{\tau(\varepsilon)} | V(N) \cap Z(N))] &\leq \\ &\leq nN^{-1} + B_3(\mathcal{F}) N^{-3/2}, \end{aligned}$$

так как все неравенства, использованные на  $V(N)$ , остаются в силе и на  $V(N) \cap Z(N)$ . На дополнительном событии  $\Omega^N - \{V(N) \cap Z(N)\}$  значения потерь ограничены информацион-