

Л е м м а 10.11. Если θ -местный куб $C_r(z, \theta)$ удовлетворяет условиям (10.30—32), то при фиксированной мере $\alpha(\cdot)$ на $C_r(z, \theta)$

$$\|T[\alpha] - Y[\alpha]\| \leq \eta r n \sqrt{V}, \quad (10.41)$$

где $\|T - Y\|^2 = (T^j - Y^j)(T^k - Y^k) \omega_{jk}(\theta)$, так что $P_{Y[\alpha]} \in S_{2n\sqrt{V}}(\theta) \subset \Theta$ при $\eta < 1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Воспользуемся тем, что в θ -местной параметризации $\omega_{jk}(\theta) = \delta_{jk}$, $\omega^{jk} = \delta^{jk}$. Подставим в (10.40) представление (10.33). Слагаемое

$$E_z H[\alpha] q_j(\omega; z) = H[\alpha] P'_j(\Omega | z) = 0.$$

После перестановки порядка интегрирования имеем

$$Y^j - \theta^j = \int_C \alpha(dt) E_z [\ln p(\omega; t) - \ln p(\omega, z)] q_j(\omega; z).$$

Представим теперь разность логарифмов плотностей интегралом Римана от логарифмической производной по отрезку, соединяющему θ и t , $x(s) = (1-s)z + st$, $0 \leq s \leq 1$. После еще одной перестановки порядка интегрирования получаем для математического ожидания разности логарифмов

$$E_z [\] = (t^k - z^k) \int_0^1 E_z q_k(\omega; x(s)) q_j(\omega; z) ds.$$

По предположенному включению $C_r \subset S_{\sqrt{n}h}$

$$t^j - z^j - \eta r n \leq E_z [\] \leq t^j - z^j + \eta r n.$$

Проинтегрировав последние неравенства по кубу C_r с мерой α , находим

$$T^j - \eta r n \leq Y^j \leq T^j + \eta r n, \quad (10.42)$$

что дает (10.41).

Л е м м а 10.12. Пусть θ -местный куб $C_r(z, \theta)$ удовлетворяет условиям (10.30—32), взвесь $\Phi_\alpha \in \mathfrak{S}(\mathcal{P}_r)$, $P_{Y[\alpha]}$ — сопутствующее распределение. Тогда при $r < \eta < 1$

$$\begin{aligned} \forall t \in C_r(z, \theta), \quad I(P_t : P_{Y[\alpha]}) &\geq I(P_t : \Phi_\alpha) - \\ &- \sqrt{\eta} B(n) r^2 - C(n) r^4. \end{aligned} \quad (10.43)$$

По несимметричной теореме косинусов для дивергенций, см. выше теорему 8.5 для случая $\gamma = 0$

$$I(P_t : \Phi) \leq I(P_t : P_Y) + I(P_Y : \Phi) + \ll \ln(dP_t/dP_Y); \Phi - P_Y \gg,$$

ср. формулу (27.51) в [34]. Второе слагаемое неотрицательно, и оценивая сверху

$$I(P_Y : \Phi) \leq I(P_Y : \Phi) + I(\Phi : P_Y) = \ll \ln(d\Phi/dP_Y), \Phi - P_Y \gg.$$