

Теперь при условии $V(N)$ и $N \geq N_1(\mathcal{F})$ по (11.28) — (11.35) проведем оценки

$$\begin{aligned}\|\tau(\varepsilon) - \theta\| &\leq \|\operatorname{grad}_0 g(\varepsilon; t)\| + \frac{1}{4}\|\tau - \theta\| + \frac{1}{4}\|\tau - \theta\|; \\ \|\tau(\varepsilon) - \theta\| &\leq 2\|\operatorname{grad}_0 d^{(N)}(\varepsilon; t)\|,\end{aligned}$$

откуда немедленно следует (11.43).

Оценим теперь $P_0^N(V(N))E_0^{(N)}[\|\tau(\varepsilon) - \theta\|^2 | V(N)]$ более точно, для чего возведем обе части равенства (11.45) в квадрат

$$\begin{aligned}\|\tau - \theta\|^2 &\leq [g'_v]^2 + 2[g'_v]\|\tau - \theta\|[g''_{vv} + 1] + \|\tau - \theta\|^2[g''_{vv} + 1]^2 + \\ &+ [g'_v]\|\tau - \theta\|^2 g'''_{vvv} + \|\tau - \theta\|^3[g''_{vv} + 1]g'''_{vvv} + \frac{1}{4}\|\tau - \theta\|^4[g'''_{vvv}]^2.\end{aligned}$$

Наибольшим по порядку величины в сумме является первое слагаемое

$$E_0^{(N)}[v^j g_j(\varepsilon; \theta)]^2 \leq E_0^{(N)}\|\operatorname{grad}_0 g(\varepsilon; t)\|^2 = nN^{-1}; \quad (11.46)$$

$$P_0^N(V(N))E_0^N[\{v^j g_j(\varepsilon; \theta)\}^2 | V(N)] \leq nN^{-1}. \quad (11.47)$$

Остальные слагаемые, как следует из неравенств (11.30) — (11.32), для (безусловных) четных центральных моментов первых двух производных и четвертого момента для третьей производной имеют порядок $N^{-3/2}$ или N^{-2} . Таким образом, оценивая поправки в равенстве

$$\begin{aligned}P_0^N(V(N))E_0^{(N)}[\|\tau(\varepsilon) - \theta\|^2 | V(N)] &= \\ &= P_0^N(V(N))E_0^{(N)}[g'_v(\varepsilon; \theta)]^2 | V(N)] + \dots\end{aligned}$$

через произведение старших моментов с учетом (11.43), получаем, ввиду (11.47) неравенство

$$P_0^N(V(N))E_0^{(N)}[\|\tau(\varepsilon) - \theta\|^2 | V(N)] \leq nN^{-1} + B_4(\mathcal{F})N^{-3/2}, \quad (11.48)$$

где мы не выписываем явно выражение $B_4(\mathcal{F})$ через \mathcal{H} и другие характеристики \mathcal{F} ввиду громоздкости.

Неравенство (11.44) есть следствие (11.48) и неравенства (11.18) с $r = N^{-3/2}$, что дает оценку $B_3(\mathcal{F}) = B_4(\mathcal{F}) + B_1(\mathcal{F})$. Теорема доказана.

Опишем теперь эффективную модификацию решающего правила максимального правдоподобия, состоящую из двух последовательных процедур.

Положим

$$a(\mathcal{F}) = 3[3 + 4\lambda^2(\mathcal{F})]^{-1} \min\{\rho_1(\mathcal{F}), \rho_2(\mathcal{F})\} = 3b(\mathcal{F}), \quad (11.49)$$

и построим на компакте F сеть $\Xi_b(\mathcal{F})$, т. е. такое конечное подмножество точек $\{x(1), \dots, x(p)\}$, что

$$\forall t \in F, \exists x(i) \in \Xi_b : \|x(i) - t\|_t \leq b. \quad (11.50)$$