

жательный статистический смысл. Кульбак [155] предполагал, что естественной симметричной характеристикой различия двух распределений  $P_0$  и  $P_1$  является сумма  $I(P_1:P_0) + I(P_0:P_1)$ . Эта сумма действительно играет роль в геометрической теории экспоненциальных семейств, см. ниже § 7. Однако как статистическая характеристика она не появляется, в отличие от информационного количества  $J(P_1, P_0)$  Чернова—Салихова. При этом  $J$  является минимумом в семействе информационных характеристик  $H(s)$ , рассматривавшихся Реньи [185], но опять-таки, прямо статистически не интерпретируемых. Здесь остается только вспомнить слова Эйнштейна о трудностях пути познания: «Господь Бог коварно изощрен, но не злонамеренно коварен».

Заметим, что величина  $J(P_1, P_0)$  удовлетворяет всем аксиомам Фишера. Ее аддитивность и тарированность очевидны, а монотонность вытекает из монотонности информации Кульбака:

$$\begin{aligned} J(P_1, P_0) &= I(P_1:P_0) = I(P_0:P_0) \geq \\ &\geq \max\{I(P_1\Pi:P_0\Pi), I(P_0\Pi:P_0\Pi)\} \geq \\ &\geq \min_Q \max\{I(P_1\Pi:Q), I(P_0\Pi:Q)\} = J(P_1\Pi, P_0\Pi). \end{aligned}$$

Вопрос о других информационных количествах, связанных с парой распределений вероятностей, остается открытым. Заметим, что аддитивным инвариантом, правда неизвестно монотонным или нет, является величина (4.17), в терминах которой описывается уточнение асимптотики минимаксных тестов. С другой стороны, если для информационных количеств, описывающих в тех или иных задачах главные члены асимптотики погрешности оптимальных решающих правил с ростом числа наблюдений принцип А монотонности должен, казалось бы, выполняться, то для информационных характеристик, описывающих поправочные члены, естественным кажется только более широкое свойство В инвариантности. Затронутый круг вопросов мог бы иметь интерес также в таких областях, как статистическая физика и теория передачи сообщений (см. [3], [43], [97], [144, 143] и библиографию в обзоре [114]).

## § 5. Аддитивный инвариантный тензор информации Фишера

Фундаментальная роль матрицы информации  $(I_{ij}(\theta))$  (см. (3.21)) в теории статистического оценивания параметров распределения была выявлена Р. Фишером (см. [120]—[124]). Позднее было осознано значение определяемой ей неотрицательной квадратичной формы

$$I_{ij}(\theta) \delta\theta^i \delta\theta^j, \quad (5.1)$$

превращающейся для мультиномиальных схем в форму (0.5),