

[123] среднее по P^N количество $I(P^N)$ информации, которое будет априорной информационной характеристикой P в семействе \mathcal{P} . Так как принцип **A** при усреднении сохраняется в силу линейности марковских морфизмов, то средняя информация I оказывается монотонным инвариантом \mathcal{P} относительно категории марковских морфизмов. С одним дополнением (*принцип C*): если \mathcal{P} состоит из одинаковых распределений вероятностей (см. пример 4), то $I=0$. Мы уже встречались с этим условием тарированности, см. выше (3.17).

На первый взгляд кажется понятным, что количество информации, содержащейся в объединении независимых выборок, равно сумме количеств информации, содержащейся в каждой из выборок. Это свойство мы назовем *принципом D*. Разумно ли такое ограничение в свете примеров 1—3, или нет, мы будем его рассматривать также применительно к среднему количеству информации. Самое существенное состоит в том, что для двух классических задач статистики действительно существуют *средние количества I информации*, удовлетворяющие принципам **A—D** Фишера см. [123], также [78], [153]) и описывающие асимптотику точности оценивания «наблюдаемого» P при росте числа N независимых наблюдений. Такими количествами являются информационное уклонение Кульбака $I(Q : P)$; см. (0.13), в задаче проверки простых гипотез, и *информационная матрица Фишера* $(I_{ij}(\theta))$ в задаче гладкого параметрического оценивания, описывающая, в частности, трудность различения P_θ и близкой альтернативы $P_{\theta+\Delta\theta}$,

$$\begin{aligned}
 I(P_{\theta+\Delta\theta} : P_\theta) &\approx \frac{1}{2} \sum I_{ij}(\theta) \Delta\theta^i \Delta\theta^j; \\
 I_{ij}(t) &= \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \ln p(\omega; \theta)}{\partial \theta^i} \frac{\partial \ln p(\omega; \theta)}{\partial \theta^j} \right) \Big|_{\theta=t} P_t(d\omega) = \\
 &= \int_{\Omega} \left[\frac{1}{p(\omega; \theta)} \frac{\partial p(\omega; \theta)}{\partial \theta^i} \frac{\partial p(\omega; \theta)}{\partial \theta^j} \right]_{\theta=t} \mu(d\omega), \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

где $p(\omega; \theta)$ — плотность $P_\theta(\cdot)$ по любой фиксированной доминирующей мере μ . В сущности, именно к этим количествам привязана инвариантная дифференциальная геометрия многообразий распределений вероятностей.

Если говорить о принципе **D** при конечных объемах выборок даже для средних количеств информации, то он, безусловно, оправдан, лишь у гауссовских семейств $\mathcal{N}(\mathbf{a}, \mathbf{D})$ с фиксированной матрицей \mathbf{D} ковариаций и переменным средним вектором \mathbf{a} . Однако при больших N степени P_θ^N для регулярных семейств \mathcal{P} локально приближаются семействами $\mathcal{N}(\mathbf{a}, \mathbf{D})$, и это обстоятельство, следуя Ле Каму ([161], [163], см. также [104]), удобно использовать при построении асимптотической теории оценивания, см. [164], [175]. Изучение соответствующих асимптотических