

бым другим компактным отрезком возможных ответов), когда

$$m(t) = E_t \int_T \tau \Pi(\omega; d\tau) = \sum_i p_i(t) \int_T \tau \Pi_i(d\tau),$$

$$|m'(\theta)|^2 \leq I(\theta) \cdot E_\theta \int_T (\tau - c)^2 \Pi(\omega; d\tau). \quad (9.11')$$

Поскольку отрезок $[\theta', \theta'']$ выпукл, то осреднение рандомизированной оценки τ

$$f(\omega) = \int_T \tau \Pi(\omega; d\tau)$$

также будет оценкой параметра t со средним значением (9.10), а по *принципу Блекуэлла—Колмогорова* [83] при выпуклой функции потерь $|\tau - t|^2$ такое осреднение приводит к меньшему риску $E_\theta |f(\omega) - c|^2$.

З а м е ч а н и е 2. Пусть $\{P_t, \theta' \leq t \leq \theta''\} \subset \text{Car}_n$ является замкнутым семейством, односторонне L_1 -дифференцируемым при $t = \theta'$ или $t = \theta''$. Для таких значений θ неравенство (9.11) остается справедливым, если под $I(\theta)$ понимать правую сумму (9.12), допуская бесконечные значения производной $(d/dt)[p_i(t)]^{1/2}|_{t=\theta}$ при $p_i'(\theta) \neq 0, p_i(\theta) = 0$. В последнем случае $I(\theta) = \infty$.

Д о п о л н е н и е к т е о р е м е 9.2. Если в условиях теоремы статистика $f(\omega)$ задает несмещенную (хотя бы в некоторой малой окрестности Θ или, даже, только по некоторой последовательности Θ значений $t_n \rightarrow \theta$) оценку параметра t , т. е.

$$\forall t \in \Theta, m(t) = E_t f(\omega) = t, \quad (9.17)$$

то для дисперсии оценки выполнено неравенство информации

$$\text{Var}_\theta f(\omega) \geq [I(\theta)]^{-1}. \quad (9.18)$$

Это неравенство (9.18) превращается в равенство, когда

$$\forall k \in K(\theta), (f_k - \theta) p_k(\theta) = [I(\theta)]^{-1} p_k'(\theta), \quad (9.19)$$

так что в случае равенства $K(\theta) = \Lambda(\theta)$.

Соотношение (9.19) есть просто условие обращения в равенство неравенства Коши для суммы (9.16) при $c = \theta$.

Следует отметить, что для S_2 -дифференцируемых семейств правая сумма (9.14) может отличаться при $P_\theta \in \partial \text{Car}_n$ от полной суммы

$$\sum_i [(d \sqrt{p_i}/dt)(\theta)]^2 \geq I(\theta), \quad (9.20)$$

совпадая с ними всюду в Int Car_n . Именно так будет у семей-