

3°. Для окрестности $S_\rho(\theta)$ каждой точки $\theta \in F$ можно указать мажоранту $h^{(0)}(\omega)$, $k=1, \dots, m$,

$$\forall t \in S_\rho(\theta), |(\partial^k / \partial s_1 \dots \partial s_k) \ln p(\omega; t)| \leq [h^{(0)}(\omega)]^k, \quad (11.15)$$

мажорирующую любую частную производную, вычисленную по любым направлениям $t + se_i$, $\|e_i\|_z = 1$, $i=1, \dots, k$, $z \in S_\rho(\theta)$ с единой оценкой момента

$$\forall z \in S_\rho(\theta), E_z[h^{(0)}(\omega)]^{4m} \leq \mathcal{H}^{4m}. \quad (11.16)$$

4°. В θ -местной окрестности $S_\rho(\theta)$, $\theta \in F$, существует мажоранта $g^{(0)}(\omega)$ местного градиента плотности с единой оценкой момента

$$\forall t \in S_\rho(\theta), E_t[g^{(0)}(\omega)/p(\omega; t)]^2 \leq \mathcal{G}^2. \quad (11.17)$$

5°. В окрестности $S_\rho(\theta)$ плотности $p(\omega; t)$ имеют мажорантой функцию $p(\omega; \theta) + \rho g^{(0)}(\omega)$.

З а м е ч а н и е. Константы $\lambda(\mathcal{F})$ и $\mathcal{G}(\mathcal{F})$ определяются через оценки только вторых производных.

Для доказательства заметим, что значение квадратичной формы $\xi^j \xi^k \omega_{jk}(z)$ по лемме 11.3 непрерывно зависит от пары аргументов (ξ, z) на компакте $S_n \times F$, где $S_n = \{\xi : (\xi^1)^2 + \dots + (\xi^n)^2 = 1\}$, и потому достигает своего минимума неотрицательного по невырожденности форм $\omega_{jk} \xi^j \xi^k$, равносильному предположению линейной независимости частных производных $P_j'(\cdot | t)$. Следовательно, на компакте $S_n \times F \times F$ отношение

$$\xi^j \xi^k \omega_{jk}(z) / \xi^j \xi^k \omega_{jk}(t)$$

непрерывно, и его максимум дает величину λ^2 .

Усилим теперь оценку (10.13).

Л е м м а 11.5. Если $\{P_t \in F\}$ есть 2-гладкое компактное подсемейство и $\theta \in F$, $r < \rho(\mathcal{F})$

$$\forall x, y \in S_r(\theta), |2I(P_x : P_y) \|x - y\|_0^{-2} - 1| \leq B_1 r, \quad (11.18)$$

где $B_1 = B_1(n, \mathcal{G}, \mathcal{H})$.

Изучим теперь на карте квадраты расстояний «по Кульбаку», которые совпадают с квадратами расстояний по Фишеру лишь локально. В частности, *информационный диаметр* компактного подсемейства \mathcal{F}

$$I(\mathcal{F}) = \max_{x, y \in F} I(P_x : P_y) \quad (11.19)$$

может оказаться бесконечным, и это нам придется учитывать.

Л е м м а 11.6. Для 2-гладкого компактного подсемейства \mathcal{F} существует такой размер $\rho_1(\mathcal{F})$, что при $r \leq \rho_1(\mathcal{F})$ и любой точке $\theta \in F$

$$\forall t \in S_r(\theta), I(P_t : P_\theta) \geq r^2/3. \quad (11.20)$$