

ного решающего правила

$$\Pi(N) : \Pi_N(\xi^1, \dots, \xi^N; d[P^*(\cdot)])$$

по принципу Блэкуэлла—Колмогорова (см. [83]), риск не меньше, чем у его детерминированного усреднения

$$P_N^*(\cdot | \xi^1, \dots, \xi^N) = \int P^*(\cdot) \Pi_N(\xi^1, \dots, \xi^N; d[P^*(\cdot)]), \quad (1.3)$$

так что в формулировке теоремы 1.1 предположение о детерминированности правила  $\Pi(N)$  излишне.

Вывод о несостоятельности последовательности  $\Pi(N)$  для распознавания распределения величины  $\eta$  остается в силе и для любых других универсальных функций потерь. Как показывает неравенство (3.2)

$$\rho(P, Q) \geq c(\rho) \cdot d_V(P, Q),$$

метрика  $d_V$  является минорантой (с точностью до множителя) для любой метрики  $\rho$ , монотонной относительно категории статистических решающих правил. Так как сходная оценка снизу по теореме 3.6 имеет место и для любой монотонно инвариантной функции потерь  $L(P^*; P)$ , то мы приходим к весьма общему заключению.

Следствие 1.2. Задача статистического точечного оценивания по последовательности независимых наблюдений для любой совокупности  $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$  всех распределений вероятностей на измеримом пространстве  $(\Omega, \mathcal{A})$  лебегова типа, т. е. взаимно однозначном и взаимно измеримом образе  $(E, \mathcal{B}^*)$ , при любой универсальной монотонно инвариантной функции потерь не допускает состоятельных решений.

Наметим идею [39] доказательства теоремы 1.1, чтобы прояснить возможности корректных постановок нашей обратной задачи. Как известно, каждая борелевская мера  $\mu$  на прямой или на ее отрезке  $E$  может быть однозначно разложена в сумму трех компонент — абсолютно непрерывной — т. е. задаваемой некоторой плотностью  $d\mu/d\lambda$  по лебеговой длине  $\lambda(dx) = |dx|$ , дискретной — т. е. сосредоточенной на не более чем счетном множестве атомов — точек  $x_1, x_2, \dots$  положительной меры  $\mu\{x_i\} > 0$ , и чисто сингулярной компоненты (без атомов), сосредоточенной на множестве длины нуль. При этом  $d_V$  — расстояние между двумя мерами равно сумме расстояний между их соответствующими компонентами. Предположим, что последовательность решающих правил  $\{\Pi(N)\}$  состоятельна на каждом абсолютно непрерывном распределении  $P$ . Отсюда вытекает, что для фиксированного  $P$  найдется такое  $N_0$ , что

$$\forall N \geq N_0, P^N\{\xi^1, \dots, \xi^N : F_N^*(\cdot | \xi^1, \dots, \xi^N) \in \Lambda^{1/2}\} > 1 - \varepsilon, \quad (1.4)$$

где распределение  $F^* \in \Lambda^{1/2}$ , если мера его абсолютно непрерывной компоненты не меньше половины. Более того, найдется такое  $N_0(\varepsilon)$ , чтобы (1.4) выполнялось для всех  $P$  из некоторого конечного набора  $\{P_v\}$ . Затем строится некоторая последовательность конечных сетей  $\mathcal{P}_A = \{P_{v_h}\}$  так, чтобы ее слабыми предель-