

Последние пятнадцать лет были годами интенсивной геомет-
ризации математической статистики и, в первую очередь, теории

статистических оценок параметра, где развивался адекватный теории дифференциально-геометрический язык для описания гладких многообразий распределений вероятностей на пространствах выборок (см. [53], [112]). Однако принципиальный вопрос, каким образом возможно задавать естественную дифференцируемую структуру на совокупностях распределений вероятностей, возник много раньше, и не только в связи с потребностями математической статистики (но и теории динамических систем, статистической физики и т. п.). В частности, этот вопрос обсуждался в неопубликованных лекциях А. Н. Колмогорова, прочитанных осенью 1955 г. в институте Анри Пуанкаре. В качестве естественных характеристик различия двух распределений вероятностей на одном и том же измеримом пространстве (Ω, \mathcal{A}) исходов ω А. Н. Колмогоров (см. [101]) рассматривал, в частности, *расстояние по вариации*

$$d_V(P, Q) = \int_{\Omega} |P(d\omega) - Q(d\omega)| \quad (0.1)$$

и «расстояние» Хеллингера

$$d_H(P, Q) = \int_{\Omega} |\sqrt{P(d\omega)} - \sqrt{Q(d\omega)}|^2. \quad (0.2)$$

Однако ни у этих двух характеристик, ни у их очевидного обобщения

$$d_r(P, Q) = \int_{\Omega} |[P(d\omega)]^{1/r} - [Q(d\omega)]^{1/r}|^r, \quad 1 \leq r < \infty, \quad (0.3)$$

непосредственного статистического смысла обнаружено не было.

После того, как было доказано неравенство информации и выяснена фундаментальная роль матрицы информации Фишера, возникла идея эксплуатировать на многообразиях распределений вероятностей риманову метрику с фундаментальным тензором, задаваемым матрицей Фишера, см. Рао [179], Джеффрейс [146]. Геометрически эта идея выглядела очень привлекательно. Рассмотрим для наглядности какую-либо совокупность мультиномиальных распределений, т. е. совокупность Сар_n всех распределений вероятностей на конечной алгебре \mathcal{A} событий, порождаемой атомами A_1, \dots, A_n . Каждое распределение вероятностей P на \mathcal{A} задается строкой $p_1 = P(A_1), \dots, p_n = P(A_n)$:

$$p: \forall i, 0 \leq p_i \leq 1; p_1 + \dots + p_n = 1, \quad (0.4)$$

а вся их совокупность отвечает единичному симплексу n -мерного пространства с вершинами в единичных ортах. Элементу дуги ds в информационной римановой метрике Фишера отвечает