

Структурную теорему Деблина — Колмогорова экономнее всего вывести из эргодических свойств цепей Маркова. Этот же путь удобен в случае лебеговых пространств (Ω, \mathcal{A}) , использующий эргодическую теорему Биркгофа, (см. [170]), и для доказательства аналогичной теоремы в некоммутативной теории вероятностей, см. [11], [29], [168] и приведенную там библиографию.

Понятие эквивалентных и информационно более богатых статистических экспериментов вводилось и обобщалось многими авторами, обычно отличаясь небольшими деталями. Следующее определение отражает подход Ле Кама [162].

Определение 2.2. Семейство $\{P_\theta^{(1)}, \theta \in \Theta\}$ на $(\Omega^{(1)}, \mathcal{A}^{(1)})$ *аппроксимативно не беднее* семейства $\{P_\theta^{(2)}, \theta \in \Theta\}$ на $(\Omega^{(2)}, \mathcal{A}^{(2)})$, параметризованного тем же множеством Θ параметров, если найдется такая последовательность марковских морфизмов $\Pi_n^{(12)}(\omega^{(1)}; d\omega^{(2)})$, что

$$\forall \theta \in \Theta, \quad d_V(P_\theta^{(1)} \Pi_n^{(12)}, P_\theta^{(2)}) \rightarrow 0 \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \quad (2.15)$$

Два таких семейства, каждое из которых аппроксимативно не беднее другого, называются *аппроксимативно эквивалентными*.

Заметим, что в силу следствия из леммы 3.4 действие марковского морфизма не увеличивает d_V -расстояния между распределениями. Поэтому для любого пространства (Δ, \mathcal{D}) решений и любого решающего правила $\Pi^{(2)}$ для менее богатого семейства $\{P_\theta^{(2)}\}$ последовательность правил $\Pi_n^{(1)} = \Pi_n^{(12)} \circ \Pi^{(2)}$ для $\{P_\theta^{(1)}\}$ приводит почти к тому же семейству распределений выводов, что и $\Pi^{(2)}$:

$$\forall \theta \in \Theta, \quad d_V(P_\theta^{(1)}, \Pi_n^{(1)}, P_\theta^{(2)}, \Pi^{(2)}) \rightarrow 0 \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \quad (2.16)$$

Замена понятия статистической эквивалентности на аппроксимативную статистическую эквивалентность позволяет отбрасывать в теоремах дополнительное требование дискретности или лебеговости измеримого пространства исходов эксперимента.

Рассматривая категорию статистических решающих правил, мы нигде пока не учитывали, что основной прикладной интерес представляют исходы экспериментов, описываемых *последовательностью независимых одинаково распределенных наблюдений*. Если одиночное наблюдение описывается измеримым пространством (Ω, \mathcal{A}) и распределением вероятностей P на нем, то последовательность длины N будет описываться измеримым пространством $(\Omega^N, \mathcal{A}^{\otimes N})$ и распределением вероятностей

$$P^N : P^N(d\omega^1 \times \dots \times d\omega^N) = P(d\omega^1) \cdot \dots \cdot P(d\omega^N), \quad (2.17)$$

т. е. N -й (тоже, строго говоря, тензорной) степенью P . Соответ-