

состоятельное решение, если априори задано достаточно узкое семейство  $\mathcal{P}$  распределений вероятностей, к которому «наблюдаемое» распределение  $P$  обязательно принадлежит. При этом максимальная достижимая точность решения зависит от геометрии семейства  $\mathcal{P}$ . Именно ввиду последнего обстоятельства геометрический язык естественно используется для формулировки статистических закономерностей.

Из сказанного вытекает и второе соображение — естественный геометрический язык должен быть согласован со статистическими правилами обработки данных. Однако надо заметить, вслед за [153], что это обстоятельство не всегда учитывается. В настоящей статье основное внимание уделяется тем понятиям геометрии многообразий распределений вероятности, которые инвариантны (эквивариантны) относительно категории статистических решающих правил (иначе называемых марковскими отображениями или марковскими морфизмами), и наследственны относительно ее функтора умножения. Эта категория была введена нами [27] и, независимо, Морсом и Сакстедером [169], для алгебраической формализации основополагающих идей А. Вальда [195] и Д. Блекуэлла [84], [85] в теории статистических решений и статистических экспериментов, см. также подходы Ле Кама [162]. С позиций категорного подхода удастся понять, какие геометрические понятия «работают» в статистике (как, например, тензор информации Фишера), а какие — играют только вспомогательную роль (как риманова метрика, определяемая этим тензором).

Если быть строгим, то в математической статистике приходится иметь дело с дифференциальной геометрией поверхностей в бесконечномерных многообразиях распределений вероятностей. Единственное, по существу, исключение — искривленные экспоненциальные семейства — подсемейства канонических экспоненциальных семейств (0.11), — благодарный объект исследований с применением дифференциально-геометрической техники, ср. [115], [54]. Но общепринятой бесконечномерной дифференциальной геометрии пока не существует. И далеко не все предложения конечномерной теории безоговорочно сохраняются в бесконечномерной. Даже теория геодезических таит здесь сюрпризы, см. ниже §§ 6 и 7. Поэтому особое внимание мы уделяем достаточным условиям, обеспечивающим регулярность тех или иных конструкций, особенно в задаче оценивания плотностей.

Объем статьи заставляет предполагать у читателя знакомство с основными понятиями дифференциальной геометрии, скажем, в объеме вводных параграфов монографий [34] или [49], или в объеме вводной статьи [113]. В обзоре дополнительно кратко прореферированы основные новые дифференциально-геометрические понятия, возникшие в связи с приложениями к за-