

тематически корректное определение инвариантности (точнее, эквивариантности) связности. В этом обзоре, основанном на [34], [47], [15], мы будем оперировать только с наглядными представлениями, отсылая за строгой теорией к [34].

Как и в случае с римановой метрикой, классическое определение линейной связности предназначено для конечномерных многообразий. Поэтому мы, как и в § 5, опишем инвариантные связности на симплексах Cap_n см. 0.4)), а затем выясним, какую часть теории удастся продолжить на бесконечномерный случай. Заметим, что «подводных камней» здесь будет много больше, чем в § 5.

Введем описание базовых векторных полей на Cap_n . Обозначим $e(k)$, $k=1, \dots, n$, вектор распределения, сосредоточенного на A_k :

$$\forall j, \quad e_j(k) = \delta_j^k. \quad (6.7)$$

Для каждого распределения $P \in \text{Int Cap}_n$ через изображающий его вектор p проходит чевiana k -го семейства — прямая, соединяющая вершину $e(k)$ и p . Эта чевiana пересекает противоположную грань симплекса в точке q , изображающей условное распределение $P\{\cdot | \Omega - A_k\}$, и направлена по вектору

$$(1-p_k)^{-1}[e(k)-p] = e(k)-q(k). \quad (6.8)$$

Для каждого фиксированного вектора $q(k)$ чевiana симплекса

$$p(t) = q(k) + t[e(k)-q(k)], \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (6.9)$$

отвечает семейству распределений вероятностей с одним и тем же вектором $q(k)$ условных вероятностей при условии $\Omega - A_k$. Расслоение симплекса на чевианы, исходящее из $e(k)$, задает внутри симплекса поле касательных векторов — дифференцирование по натуральному параметру t :

$$(Z_k f)_p = \frac{d}{dt} f(p(t))|_{p(t)=p}. \quad (6.10)$$

Для гладкой функции f от n переменных

$$\frac{d}{d\theta} f(p(\theta)) = \frac{\partial f}{\partial p_1} \cdot \frac{dp_1}{d\theta} + \dots + \frac{\partial f}{\partial p_n} \cdot \frac{dp_n}{d\theta},$$

т. е. имеется линейное соответствие

$$d/d\theta \leftrightarrow (p'_1(\theta), \dots, p'_n(\theta)). \quad (6.11)$$

Перепараметризуем чевиану так, чтобы

$$d/ds = t(1-t)d/dt; \quad ds = (dt)/t + (dt)/(1-t) = d \ln[t(1-t)^{-1}]. \quad (6.12)$$

В силу (6.9) дифференцированию d/dt отвечает вектор (6.8), а

$$X_k = (d/ds) \leftrightarrow p_k e(k) - p_k p. \quad (6.13)$$