

ся смесями (на геометрическом языке — аффинными взвесами) двух распределений

$$P_t(\cdot) = (1-t)P_0(\cdot) + tP_1(\cdot), \quad (6.1)$$

где геодезический параметр t пробегает весь отрезок T , в котором (6.1) определяет неотрицательные меры; $T \equiv \{t: 0 \leq t \leq 1\}$. Для этой связности свойство быть отрезком геодезической является даже *наследственно инвариантным*: при любом марковском отображении образ геодезической является отрезком геодезической (или точкой), а t остается аффинным параметром вдоль нее. В этой связности геодезический параметр можно единообразно масштабировать, положив

$$|\Delta t| = d_V(P_t, P_{t+\Delta t}); \quad |\delta t| = \int_{\Omega} |\delta P(d\omega)|. \quad (6.2)$$

Еще одной инвариантной связностью является, как мы доказали, сферическая риманова связность Фишера—Бхаттачария—Рао, порождаемая метрикой (0.9) и также с естественным масштабом длины геодезических (см. (5.3)). В связи с этим нами было указано [34] целое однопараметрическое семейство всех инвариантных связностей, позднее независимо найденных Амари [44], см. [49], и получивших название *α -связностей Амари—Ченцова*. Для наших целей будет удобнее (по причинам, которые будут ясны ниже) индексировать их ${}^1\nabla$, а не ∇^α с ${}^1\nabla = \nabla^{2\gamma-1}$; $\alpha = 2\gamma - 1$, $\gamma = (\alpha + 1)/2$, $1 - \gamma = (1 - \alpha)/2$. (6.3)

Напомним определение линейной связности на многообразии M : оператор $\nabla: Z \rightarrow \nabla X(Z)$ сопоставляет каждому полю X касательных векторов (задающих в каждой точке бесконечно малые переносы) линейное правило ∇X дифференцирования всего модуля векторных полей на M в себя (описывающее их бесконечно малое приращение при указанных переносах), удовлетворяющее условиям:

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad \nabla_X(\alpha Y + \beta Z) = \alpha \nabla_X(Y) + \beta \nabla_X(Z), \quad (6.4)$$

$$\forall f, h \in C^{(\infty)}(M), \quad \nabla_{fX+hY}(Z) = f \nabla_X(Z) + h \nabla_Y(Z), \quad (6.5)$$

$$\forall f \in G^{(\infty)}(M), \quad \nabla_X(fY) = f \nabla_X(Y) + (Xf)Y. \quad (6.6)$$

Дать определение связности, инвариантной относительно подгруппы (не группы!) или категории отображений в общем случае затруднительно (см. § 4 в [34]). Однако теорема 2.2 устанавливает замечательное свойство элементарности категории марковских морфизмов: каждое конгруэнтное отображение семейств можно реализовать через композицию эквивалентного вложения и обратного сужения, притом совокупности всех распределений вероятностей на общей достаточной статистике этих семейств, которое само является одним из объектов категории. Используя это обстоятельство элементарности, можно дать ма-