

Эти результаты удается перенести и на семейства  $\{P_\theta, \theta \in \Theta\}$  с несчетным  $\Theta$ , при условии, что все  $P_\theta$  доминированы какой-либо мерой  $Q$ . Проверку марковской конгруэнтности двух таких семейств удается свести к проверке конгруэнтности всевозможных конечных наборов  $\{P_{\theta(1)}, \dots, P_{\theta(n)}\}$ ,  $n=1, 2, \dots$ . В этом случае полную систему образуют, например, монотонные инварианты

$$\mu^{(+)}(a_1, \dots, a_n) = (a_1 P_{\theta(1)} + \dots + a_n P_{\theta(n)})^+$$

при  $-\infty < a_i < \infty$ ,  $\theta(i) \in \Theta$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $n=1, 2, \dots$ . Как показывает пример Морса и Сакстедера [169], для недоминируемых семейств последнее утверждение неверно.

Интуитивно ясно, что каждая независимая выборка  $(\omega^1, \dots, \omega^N)$  несет какое-то количество информации о распределении вероятностей  $P$ , по которому она была построена. Это количество зависит от условий постановки статистического эксперимента, в том числе от семейства  $\mathcal{P}$ , к которому а priori должно принадлежать  $P$ . Указанная информация дает возможность оценивать  $P$ . Рассмотрим четыре примера

**Пример 1.** Семейство  $\{P_z\}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ , распределений случайного вектора  $(\xi, \eta)$  на квадрате  $0 \leq x, y \leq 1$ , где  $\xi$  распределено равномерно, а  $P_z\{\eta=z\}=1$ .

**Пример 2.** Семейство  $\{Q_\theta\}$  равномерных распределений на отрезке  $\{x: \theta \leq x \leq \theta+1\}$ .

**Пример 3.** Семейство  $\mathcal{N}(a, \sigma)$  одномерных нормальных распределений со средним  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$ .

**Пример 4.** Семейство  $R_\theta$  из нескольких одинаковых распределений:  $\forall \theta, R_\theta = P$ .

В примере 1 вся информация о  $P_z$  содержится в первом же наблюдении, поскольку  $\eta^1 = z$  почти наверно (и все  $\eta^k = z$  также). В примере 2 вся информация о  $Q_\theta$  содержится в минимальном и максимальном членах вариационного ряда, поскольку  $\min \xi^i$  и  $\max \xi^i$  образуют достаточную статистику и позволяют оценить  $\theta$  с точностью порядка  $N^{-1}$  по вероятности. Далее, в примере 3 единственное наблюдение несет неполноценную информацию. При  $N \geq 2$  она сосредоточена в достаточных статистиках  $\xi^1 + \dots + \xi^N$  и  $(\xi^1)^2 + \dots + (\xi^N)^2$ . Наконец, в примере 4 любая выборка несет нулевую информацию о  $R_\theta$ , ибо они неразличимо одинаковы.

Довольно очевидно, что при обработке данных количество информации не может возрасти [120]—[124], хотя и может остаться прежним при переходе к достаточным статистикам (ср.  $\min \xi^i$  и  $\max \xi^i$  в примере 2), или, вообще, к эквивалентному статистическому эксперименту. Назовем это свойство невозрастания *принципом А* (а сохранения — *принципом В*). Ясно, что разные выборки несут разное количество информации (так, выборка  $\xi^1 = \dots = \xi^N$  несет минимальное количество информации в примере 2). Однако можно рассмотреть вслед за Фишером