

ственно можно возводить в степень решающее правило

$$\begin{aligned} P^N(\omega^1, \dots, \omega^N; d\delta^1 \times \dots \times d\delta^N) = \\ = P(\omega^1; d\delta^1) \cdot \dots \cdot P(\omega^N; d\delta^N). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Л е м м а 2.4. Возведение в степень является функтором категории CAR : все соотношения (2.3)—(2.8) остаются справедливыми, если перейти в них от соответствующих P к их N -ым степеням, а также от распределений P к P^N . В частности, если $Q = P\P$, то $Q^N = P^N P^N$.

С л е д с т в и е. Свойства семейств быть информационно не беднее или статистически эквивалентным — наследственны при переходах к сериям независимых экспериментов.

Последний факт играет очень существенную роль в «геометризации» статистической теории.

Важность изучения геометрических свойств как инвариантов относительно некоторой группы движений (или преобразований) была высказана еще в прошлом веке Ф. Клейном. Геометрия по Клейну ставит цель «исследовать те свойства образов, которые не изменяются от преобразований группы». В такой геометрии естественно возникает отношение конгруэнтности фигур. Рассмотрим некоторый класс подмножеств исходного пространства, которые для краткости будут называться фигурами. Две фигуры **A** и **B** называются конгруэнтными, если существует движение, отображающее фигуру **A** на фигуру **B**. Тогда принадлежащее группе обратное движение возвратит все сдвинутые точки фигуры **A** на свои места, осуществляя тем самым наложение **B** на **A**. Цель геометрии в этом случае — исследовать свойства фигур, сохраняющиеся при движениях, т. е. совпадающие у конгруэнтных фигур. Одной из центральных является здесь задача об отыскании инвариантов фигур — числовых функций, принимающих на конгруэнтных фигурах равные значения, и о построении полной системы инвариантов.

Цели теоретической статистики очень напоминают цели геометрии в смысле Клейна. Только у нас имеется не одно пространство, а целый класс совокупностей CAR , и отображения, вообще говоря, необратимы, образуют не группу, а категорию. Поэтому, так же как в геометрии с полугруппой преобразований, «наложимость» **A** на **B**, $A \leq B$ не влечет «наложимости» **B** на **A**. Однако, если существует отображение, «накладывающее» **B** на **A** и обратное первому поточечно, то возникает конгруэнтность $A \sim B$, названная нами статистической эквивалентностью. Расщепляется и понятие инварианта — в классе числовых функций f , принимающих на конгруэнтных фигурах равные значения, особенно интересны *монотонные инварианты* $f: f(A) \geq f(B)$ при $A \leq B$, см. ниже § 3.

Выше мы определили статистическую эквивалентность параметризованных семейств распределений вероятностей. В сущности, в школьной геометрии мы сталкиваемся с тем же: когда