

областью  $F \subset \Theta \subseteq \mathbb{R}^n$  задания. Тогда для рисков

$$\begin{aligned} & \mathfrak{R}_{\Pi(N)}(t) = \\ & = \mathbf{E}_t^{(N)} \int \dots \int_{\Theta} 2I(P_t : P_\tau) \Pi(\omega^1, \dots, \omega^N; d\tau^1 \times \dots \times d\tau^n) \quad (10.26) \end{aligned}$$

решающих правил  $\Pi = \Pi(N)$  оценивания параметра  $t$  по  $N$  независимым наблюдениям  $(\omega^1, \dots, \omega^N) = \varepsilon$  с распределением  $P_t^N(d\varepsilon)$ ,  $N = 1, 2, \dots$ , выполнено неравенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \cdot \inf_{\Pi(N)} \mathfrak{M}_F[\mathfrak{R}_{\Pi(N)}(t)] \geq n. \quad (10.27)$$

Техника вывода (10.27) из (10.22) достаточно стандартна, см. [34]. Разобьем окрестность множества  $F$  в  $\Theta$  на столь мелкие координатные параллелепипеды  $D_k$  в исходной системе координат, что каждый из них попадает в окрестность  $\Delta(\theta) = O'_{\theta\eta}$  какой-то своей точки  $\theta$ , в которой выполняются выводы лемм 10.3 и 10.2. Предположим, что это разбиение столь мелко, что объединение  $F_\eta$  всех таких параллелепипедов, лежащих целиком внутри  $F$ , имеет объем, близкий объему самого  $F$ ,

$$F_\eta = \bigcup D_k \subset F, \quad \text{Vol}\{F - F_\eta\} < \eta \text{Vol}\{F\}.$$

Затем начнем каждый параллелепипед  $D_k$  с окрестностью  $\Delta(\theta_k)$  приближать изнутри решеткой столь мелких  $\theta$ -местных кубов  $C(k, l)$ , чтобы опять-таки

$$C_k(\eta) = \bigcup C(k, l) \subset D_k, \quad \text{Vol}(D_k - C_k(\eta)) < \eta \text{Vol} D_k.$$

Таким образом, замкнутая область  $F$  приближена изнутри системой неперекрывающихся местных кубов  $C_{kl}$  почти того же суммарного объема, и в каждом кубе выполняется неравенство (10.22) теоремы 10.6

$$\begin{aligned} & \int \dots \int_{C(k, l)} \mathfrak{R}_{\Pi(N)}(t) \text{Vol}\{dt\} \geq \\ & \geq \frac{n}{N} (1 + B_n \eta)^{-1} (1 + \eta)^{-3} (1 - r^{-1} N^{-1/2}) \text{Vol}\{C(k, l)\}. \end{aligned}$$

Складывая все такие неравенства и замечая, что суммарный объем кубов  $C(k, l)$  близок к  $\text{Vol}\{F\}$ , получаем

$$\begin{aligned} & \int \dots \int_F \mathfrak{R}_{\Pi(N)}(t) \text{Vol}\{dt\} \geq \\ & \geq \frac{n}{N} (1 + B_n \eta)^{-1} (1 + \eta)^{-5} (1 - r^{-1} N^{-1/2}) \text{Vol}\{F\}. \end{aligned}$$

Отсюда немедленно вытекает (10.27).

Таким образом, если назвать неопределенностью задачи статистической оценки по независимым наблюдениям параметра распределения вероятностей из компактного  $\mathcal{Z}^{(2)}$ -н. д. подсемейства  $\{P_t, t \in F \subset \Theta\} = \mathcal{F}$  средний риск  $\mathfrak{M}_F[\mathfrak{R}_{\Pi(N)}(t)]$ , то асимпто-