

как количества информации о различии близких распределений вероятностей  $P_\theta$  и  $P_{\theta+\delta\theta}$ . В связи с этим возникла идея рассматривать  $I_{ij}(\theta)$  как поле фундаментальных тензоров на «поверхности»  $\{P_\theta, \theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^m\} = \mathcal{P} \subseteq \text{Cap}(\Omega, \mathcal{A})$ , оснащающих ее римановой метрикой. Хорошо известно, однако, что этот тензор  $I_{ij}(\theta)$  определяет не только первую, но и, если так можно выразиться, вторую дифференциальную квадратичную форму гладкой «поверхности»  $\mathcal{P}$ , ввиду тождества

$$\begin{aligned} I_{ij}(t) &= \mathbf{E}_t \left[ \frac{\partial \ln p(\omega; \theta)}{\partial \theta^i} \frac{\partial \ln p(\omega; \theta)}{\partial \theta^j} \right]_{\theta=t} = \\ &= - \mathbf{E}_t \left[ \frac{\partial^2 \ln p(\omega; \theta)}{\partial \theta^i \partial \theta^j} \right]_{\theta=t}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

играющего определяющую роль в теории оценок наибольшего правдоподобия. Наш известный результат (см. [33], [34]) устанавливает уникальность тензора Фишера и определяемой им универсальной римановой метрики. Однако прежде чем приводить соответствующие утверждения, усовершенствованные в [13], [15], см. также [168], необходимы пояснения.

Совершенно понятно, что такое метрика на совокупности распределений вероятностей  $\text{Cap}(\Omega, \mathcal{A})$ . Но уже понятие римановой метрики требует разъяснений, поскольку тензорные поля на бесконечномерных многообразиях не есть объект классической дифференциальной геометрии. Рассмотрим поэтому совокупности  $\text{Cap}_n$  с конечными алгебрами  $\mathcal{A}_n$ . Они описываются симплексами (0.4) и являются типичными классическими многообразиями. Правда, многообразиями с краем. Поэтому мы будем рассматривать открытые симплексы  $\text{Int Cap}(\Omega, \mathcal{A}_n)$  распределений вероятностей  $P$  с положительными вероятностями всех атомов и потому эти  $P$  взаимно абсолютно непрерывны. Поля фундаментальных римановых тензоров мы будем считать заданными и притом непрерывными только на  $\text{Int Cap}$ , допуская (не без оснований) возможные сингулярности на краю. Эти поля будут задавать римановы метрики на наших объектах. Притом далее нас будут интересовать только инвариантные метрики, у которых тензорные поля на разных объектах согласованы между собой. Далее, наряду с каждой совокупностью  $\text{Cap}(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{Z})$  *всех взаимно абсолютно непрерывных распределений вероятностей с общим идеалом  $\mathcal{Z}$  нуль-событий*, мы рассмотрим всевозможные конечные подалгебры  $\mathcal{F} \subset \mathcal{A}$ ,  $\mathcal{Z} \cap \mathcal{F} = \{\emptyset\}$ , и сужения  $P|_{\mathcal{F}}$  распределений  $P \in \text{Cap}(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{Z})$ . Положим

$$\rho(P, Q) = \lim \rho(P|_{\mathcal{F}}, Q|_{\mathcal{F}}), \quad (5.3)$$

где предел берется по фильтру алгебр  $\mathcal{F}$ , упорядоченных по включению. Там, где этот предел существует, мы будем называть его римановой длиной, а саму метрику — *конечно порожд-*