

от конечномерного векторного параметра $\theta \in \Theta$, говорят о *параметрической задаче оценивания*. Наконец, когда априорное семейство может быть гладко запараметризовано лишь счетным числом координат, обычно говорят о непараметрическом оценивании плотности, хотя логичнее бы было говорить о *счетно параметрической задаче оценивания*. Приведенный перечень не дает, разумеется, исчерпывающей классификации всех возможных постановок задачи статистического точечного оценивания. Мы указали лишь наиболее важные из них в порядке возрастания априорной неопределенности и вытекающего отсюда убывания точности решения. Так, при проверке простых гипотез вероятность ошибки убывает экспоненциально с ростом числа наблюдений. В конечно параметрической задаче погрешность в значении параметра и самого распределения имеет порядок $N^{-1/2}(\dim \Theta)^{1/2}$, а в счетно параметрической порядок убывания погрешности не достигает $N^{-1/2}$ и зависит от информационной емкости \mathcal{P} .

Во всех постановках задачи нас будет интересовать оценка самого распределения P_θ , а не его имени θ . Это приводит к некоторым теоретико-множественным трудностям, впрочем вполне преодолимым. Распределение вероятностей $P(\cdot)$ на σ -алгебре задается своими значениями $P(A)$ на всевозможных $A \in \mathcal{A}$, т. е. точкой куба $[0, 1]^{\mathcal{A}}$ с несчетным множеством \mathcal{A} «координат». Между «координатами» имеются связи, отражающие аддитивность и счетную аддитивность мер $P(\cdot)$. Последнее свойство выделяет подмножество $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$ куба $[0, 1]^{\mathcal{A}}$, не являющееся борелевским в его естественной тихоновской топологии [36]. Тем самым мы выходим за рамки стандартного подхода А. Н. Колмогорова [8]. Однако, следуя одной идее Дуба, этот подход удастся модифицировать, отправляясь от значений P на системе образующих алгебры \mathcal{A} , и превратить совокупность $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$ лебегова типа в измеримое пространство с алгеброй $\mathcal{H}(\mathcal{A})$ также лебегова типа, см. [34]. При этом все разумные семейства распределений вероятностей на (Ω, \mathcal{A}) оказываются $\mathcal{H}(\mathcal{A})$ -измеримыми подмножествами в $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$, и все информационные функционалы типа $d_V(P, Q)$, $s_F(P, Q)$ или $I(P : Q)$ — $\mathcal{H}(\mathcal{A})$ -измеримыми функциями.

§ 2. Категория статистических решающих правил и эквивалентность статистических экспериментов

Подход к задачам статистики как задачам статистического решения был разработан А. Вальдом, см. [195]. В постановке статистической задачи, кроме измеримого пространства (Ω, \mathcal{A}) исходов наблюдаемого явления или проводимого эксперимента и семейства $\mathcal{P} = \{P_\theta, \theta \in \Theta\}$, могущих описывать наблюдение распределений вероятностей на (Ω, \mathcal{A}) , должно быть указано