

даемой римановой метрикой. Чтобы подчеркнуть, что исходные тензорные поля на конечномерных объектах были непрерывны, мы будем говорить о слабо непрерывных конечно порождаемых римановых метриках.

Теорема 5.1. На квадратах объектов  $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$  категории CAP метрика Фишера—Бхаттачария—Рао (0.9)

$$s_F(P, Q) = 2 \arccos \int_{\Omega} \sqrt{P(d\omega) Q(d\omega)}$$

является единственной (с точностью до общего постоянного множителя) конечно порождаемой слабо непрерывной римановой метрикой, инвариантной в категории. Величина  $s_F(P, Q)$  определена (0.9) для всех пар на всех квадратах. Она монотонна относительно категории статистических решающих правил.

Теорема 5.2. 1°. На объектах  $\text{Car}(\Omega, \mathcal{A})$  существует единственная (с точностью до общего постоянного множителя) конечно порождаемая монотонная в категории CAP дифференциальная квадратичная форма

$$\delta s^2 = \int_{\Omega} \frac{[\delta P(d\omega)]^2}{P(d\omega)}, \quad (5.3)$$

где интеграл понимается как монотонный предел интегральных сумм с правилом раскрытия неопределенности  $0^2/0=0$ .

2°. Когда дифференциал  $\delta P$  может быть представлен конечным  $\sigma$ -аддитивным зарядом  $R$  на  $(\Omega, \mathcal{A})$ ,  $\delta P = R\delta s$ , то  $|R| \ll P$ , и

$$\delta s^2 = 2 \int_{-\infty}^0 |z| \mu^{(-)}(z) dz + 2 \int_0^{\infty} z \mu^{(+)}(z) dz, \quad (5.4)$$

где монотонные инварианты  $\mu^{(\pm)}$  пары  $(P, R)$  определены (3.6). На конечномерных гладких семействах взаимно абсолютно непрерывных распределений  $\{P_{\theta}, \theta \in \text{Int } \Theta = \Theta \subseteq \mathbb{R}^m\}$  форма (5.3) превращается в выражение Фишера (5.1).

3°. Единственность формы (5.3) сохраняется, если вместо монотонности предполагать лишь простую инвариантность относительно категории статистических решающих правил и слабую непрерывность.

4°. Форма (5.3) аддитивна при тензорном умножении, описывающем схему независимых испытаний,  $(P, Q) \rightarrow P \otimes Q$ ,  $\delta(P \otimes Q) = \delta P \otimes Q + P \otimes \delta Q$ .

5°. При выполнении условий регулярности на дифференциал форма (5.3) может быть записана также через обобщенные дифференциальные квадратичные формы

$$\delta s^2 = \int_{\Omega} 4 [\delta \sqrt{P(d\omega)}]^2 = \int_{\Omega} [\delta \ln P(d\omega)]^2 P(d\omega). \quad (5.5)$$