

мального правдоподобия для ограниченных выпуклых подсемейств семейства \mathcal{P} .

Теорема 7.10. Пусть K — ограниченное, выпуклое замкнутое множество, $K \subset \mathbb{R}^m$, таково, что $K \cap G \neq \emptyset$. Тогда функция правдоподобия (7.42) достигает на $K \cap G$ максимума, и притом единственного.

Подчеркнем, что здесь требуется компактность только K , а не области $K \cap G$ изменения параметра подсемейства.

§ 8. Несимметричная пифагорова геометрия информационных количеств

Как уже отмечалось, для информационного количества Кульбака можно построить несимметричную геометрию, похожую на евклидову, дающую удобный язык для описания закономерностей, например, в теории проверки простых гипотез [34]. Амари показал, что в основе конструкции лежит сопряженность между ${}^0\nabla$ - и ${}^1\nabla$ -связностями относительно инвариантной римановой метрики Фишера, и что подобная же сопряженность связывает каждую пару ${}^1\nabla$ и ${}^{1-1}\nabla$ (или, в его обозначениях ∇^α и $\nabla^{-\alpha}$, в этом пункте его обозначения удобнее), так что сходную во многих отношениях конструкцию (кроме, разумеется, аддитивности в схеме независимых испытаний) можно провести при любых γ . Большой вклад в дальнейшее развитие исследований в этом направлении был внесен Лауритценом (см. [49] и [160]), где освещена история вопроса, приведены ссылки на первые препринты, а также указаны не замеченные первоначально работы предшественников-геометров [16] и [191].

Пусть M есть гладкое многообразие с римановой метрикой g . Если ∇ — линейная связность на касательном пространстве T , мы можем определить ей *сопряженную*, как

$$g(\nabla_x^* Y, Z) = Xg(Y, Z) - g(Y, \nabla_x Z) \quad (8.1)$$

при всех тройках векторных полей X, Y, Z ; таким образом

$$Xg(Y, Z) = g(\nabla_x^* Y, Z) + g(Y, \nabla_x Z). \quad (8.2)$$

Это свойство, в частности, приводит к тому, что параллельное перенесение вдоль любой гладкой кривой $\Gamma = m(t)$ одного касательного вектора в связности ∇ , а другого — в сопряженной связности ∇^* , сохраняет их скалярное произведение в локальной метрике g .

В § 5 инвариантная риманова метрика Фишера была задана в терминах квадратичных форм (см. (5.3) и (5.5)), где автоматически учтено, что $\delta P(\Omega) = 0$. Переформулируем ее определение через введенную (6.13) систему полей дифференцирования X_i со связью (6.14)

$$X_1 + \dots + X_n = 0.$$