

мальных законов, см. пример 3 в § 3, редукция задается отображением

$$x \rightarrow (y_1, y_2)(x) = (x, x^2),$$

и все меры сосредоточены на параболе $y_2 = (y_1)^2$, т. е. сингулярны относительно площади, хотя и имеют плотности относительно дуги параболы.

Определение 7.1. Назовем замкнутым выпуклым носителем $C = C(\mathcal{P})$ направляющей статистики $q(\omega)$ канонического экспоненциального семейства $\{P_s\} = \mathcal{P}$ минимальное замкнутое выпуклое множество полной Pq^{-1} -меры, $Pq^{-1}(\mathbb{R}^m - C) = 0$.

Его можно также определить как пересечение всех замкнутых полупространств, имеющих полную Psq^{-1} -меру (при любом s). Этот носитель будет замкнутой внутренностью параболы для семейства нормальных законов, лучом $\{y : y \geq 0\}$ для семейства распределений Пуассона, многогранником для распределений (7.1) на конечных алгебрах. Носитель C интересен тем, что при всех $s \in G_1$ имеем для двойственного параметра $T(s) = t \in C$. Более того, если параметризация s точная, так что меры $R_s = Psq^{-1}$ не сосредоточены ни на какой гиперплоскости,

$$T(G_1) \subseteq \text{Int } C. \quad (7.27)$$

Определение 7.2. Назовем каноническое экспоненциальное семейство \mathcal{P} с точной параметризацией s *регулярным*, если

$$C^1 \stackrel{\text{def}}{=} T(G_1) = \text{Int } C. \quad (7.28)$$

Это свойство не зависит от выбора точной параметризации.

Все только что перечисленные семейства оказываются регулярными в смысле этого определения. Как мы увидим ниже в § 8, для регулярных семейств формулировки несимметричной пифагоровой геометрии особенно упрощаются.

Лемма 7.5. Семейство \mathcal{P} с точной канонической параметризацией регулярно тогда и только тогда, когда

$$\text{Int } G = G_1. \quad (7.29)$$

Пример 5. Семейство распределений с плотностью

$$p(x; s) = [B_m(s)]^{-1} x^{-m} \exp[sx], \quad (7.30)$$

заданной на луче $x \geq 1$ и зависящее от показателя m .

При $m > 2$ канонический параметр этого семейства изменяется в пределах $-\infty < s \leq 0$, а отвечающий ему статистический — в пределах $1 < t \leq 1 + (m-2)^{-1}$, т. е. $C^1 = [1, (m-1)(m-2)^{-1}] \neq \text{Int } C = (1, \infty)$; $P_s\{C - C^1\} > 0$.

Для полноты картины приведем сейчас пример, показывающий, что у нерегулярных многопараметрических канонических